

МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Управление образования администрации города Оренбурга
Муниципальное общеобразовательное автономное учреждение "Средняя
общеобразовательная школа № 11" имени младшего лейтенанта полиции Евгения
Александровича Никулина города Оренбурга
МОАУ "СОШ №11"

РАССМОТРЕНО
Руководитель МО

Скориантова А.С.
Протокол № ____
от «30» августа 2023 г.

СОГЛАСОВАНО
Заместитель руководителя
по УВР

Грищенко В.Г.
Приказ № ____
от «30» августа 2023 г.

УТВЕРЖДЕНО
Директором МОАУ "СОШ
№ 11"

Нескосовой М.А.
Приказ № ____
от «30» августа 2023 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА

**учебного курса «Замечательные неравенства и их практическое
применение»**

для обучающихся 11 класса

Оренбург 2023

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Элективный курс «Замечательные неравенства и их практическое применение» рассчитан на 34 часа для учащихся 11 класса.

Запланированный данной программой для усвоения учащимися объем знаний необходим для овладения ими методами решения некоторых классов задач

оптимизационного характера без применения средств дифференциального исчисления, предусматривает намеченные, но совершенно не проработанные в основном курсе школьной математике, вопросы. Он дополняет базовую программу по математике, позволяя учащимся пройти путь от способов доказательств несложных числовых неравенств, до обоснования «замечательных» неравенств Коши – Буняковского, Чебышева и др.

Неравенства играют фундаментальную роль в большинстве разделов современной математики, без них не может обойтись ни физика, ни математическая статистика, ни экономика. Данный курс имеет прикладное и общеобразовательное значение, способствует развитию логического мышления учащихся, использует межпредметные связи.

Материал курса делится на два блока. В первом блоке излагаются наиболее распространенные приемы сравнения действительных чисел и установления истинности неравенств с переменной, а второй блок дает учащимся представление о применении неравенств при решении оптимизационных задач. Работа учащихся по этой программе предполагает их выход либо на первый уровень – ознакомление с основными методами и приемами получения и применения замечательных неравенств, либо на второй уровень, предполагающий усиление самостоятельной работы (в том числе и с дополнительными источниками) под руководством учителя, решение более сложных задач. Таким образом, материал может применяться для различных групп учащихся.

При проведении занятий на первое место должны выйти такие организационные формы работы, как дискуссия («Какое доказательство лучше», «Многообразие метода подстановки» и т. д.), выступления с докладами (в частности, с отчетными докладами по результатам индивидуального домашнего задания, по результатам написания рефератов и др) или содокладами, дополняющими выступление учителя или ученика. Возможны и разные формы индивидуальной или групповой деятельности учащихся, например отчетные доклады по результатам самостоятельных «поисков» изучаемых вопросов на страницах сайтов в Интернете, книг, журналов.

Формой итогового контроля в зависимости от уровня усвоения изучаемого материала может стать: решение учеником индивидуального домашнего задания, требовавшего проведения небольшого самостоятельного математического исследования; написание реферата на предложенные учителем темы.

На изучение элективного курса **«Замечательные неравенства и их практическое применение»** в 11 классе отводится 34 часа (1 час в неделю)

СОДЕРЖАНИЕ ОБУЧЕНИЯ

Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.

Индукция вообще и в математике в частности. Система аксиом Дж. Пеано. Схема применения принципа математической индукции. Некоторые модификации метода математической индукции. Две теоремы о сравнении соответствующих членов двух последовательностей с помощью сравнения разности или отношения двух соседних членов одной последовательности с разностью или отношением двух членов другой последовательности. Примеры. Неравенство Коши для произвольного числа переменных. Некоторые неравенства, эквивалентные неравенству Коши.

Неравенство Коши-Буняковского и его применение для решения задач.

Формулировка и обоснование теоремы, устанавливающей соотношение Коши-Буняковского и дающая критерий реализации этого соотношения в варианте равенства. Геометрическая интерпретация неравенства Коши-Буняковского. Векторный вариант записи этого неравенства.

Неравенства подсказывают методы их обоснования.

Метод Штурма. Использование симметричности, однородности цикличности левой и правой частей неравенств. Геометрические неравенства, устанавливающие соотношения между длинами сторон треугольника.

Средние степенные величины.

Средние величины в школьном курсе математики, физики. Многообразие «средних»

.Среднее арифметическое, среднее геометрическое и соотношение между ними в случае двух параметров. Геометрическая интерпретация. Четыре средние линии трапеции.

Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения.

Неравенство Чебышева: простейший вариант и его обобщение, порожденное понятием одномонотонной последовательности. Неравенства, обобщающие как неравенство Чебышева, так и неравенство Коши-Буняковского.

Генераторы замечательных неравенств.

Свойства квадратичной функции – источник простейших неравенств. Неравенство треугольника. Свойства одномонотонных последовательностей – источник замечательных неравенств. Неравенство Йенсона.

Применение неравенств.

Задача Дидоны (упрощенный вариант) и другие задачи на оптимизацию. Поиск наибольшего и наименьшего значений функции с помощью замечательных неравенств.

ПЛАНИРУЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ УЧЕБНОГО КУРСА «ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ НЕРАВЕНСТВА И ИХ ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ» НА УРОВНЕ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

ЛИЧНОСТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Личностные результаты освоения программы учебного курса «Алгебра» характеризуются:

1) патриотическое воспитание:

проявлением интереса к прошлому и настоящему российской математики, ценностным отношением к достижениям российских математиков и российской математической школы, к использованию этих достижений в других науках и прикладных сферах;

2) гражданское и духовно-нравственное воспитание:

готовностью к выполнению обязанностей гражданина и реализации его прав, представлением о математических основах функционирования различных структур, явлений, процедур гражданского общества (например, выборы, опросы), готовностью к обсуждению этических проблем, связанных с практическим применением достижений науки, осознанием важности морально-этических принципов в деятельности учёного;

3) трудовое воспитание:

установкой на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений, осознанным выбором и построением индивидуальной траектории образования и жизненных планов с учётом личных интересов и общественных потребностей;

4) эстетическое воспитание:

способностью к эмоциональному и эстетическому восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений, умению видеть математические закономерности в искусстве;

5) ценности научного познания:

ориентацией в деятельности на современную систему научных представлений об основных закономерностях развития человека, природы и общества, пониманием математической науки как сферы человеческой деятельности, этапов её развития и значимости для развития цивилизации, овладением языком математики и математической культурой как средством познания мира, овладением простейшими навыками исследовательской деятельности;

6) физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия:

готовностью применять математические знания в интересах своего здоровья, ведения здорового образа жизни (здоровое питание, сбалансированный режим занятий и отдыха, регулярная физическая активность), сформированностью навыка рефлексии, признанием своего права на ошибку и такого же права другого человека;

7) экологическое воспитание:

ориентацией на применение математических знаний для решения задач в области сохранности окружающей среды, планирования поступков и оценки их возможных последствий для окружающей среды, осознанием глобального характера экологических проблем и путей их решения;

8) адаптация к изменяющимся условиям социальной и природной среды:

готовностью к действиям в условиях неопределённости, повышению уровня своей компетентности через практическую деятельность, в том числе умение учиться у других людей, приобретать в совместной деятельности новые знания, навыки и компетенции из опыта других;

необходимостью в формировании новых знаний, в том числе формулировать идеи, понятия, гипотезы об объектах и явлениях, в том числе ранее неизвестных, осознавать дефициты собственных знаний и компетентностей, планировать своё развитие;

способностью осознавать стрессовую ситуацию, воспринимать стрессовую ситуацию как вызов, требующий контрмер, корректировать принимаемые решения и действия, формулировать и оценивать риски и последствия, формировать опыт.

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Познавательные универсальные учебные действия

Базовые логические действия:

- выявлять и характеризовать существенные признаки математических объектов, понятий, отношений между понятиями, формулировать определения понятий, устанавливать существенный признак классификации, основания для обобщения и сравнения, критерии проводимого анализа;
- воспринимать, формулировать и преобразовывать суждения: утвердительные и отрицательные, единичные, частные и общие, условные;
- выявлять математические закономерности, взаимосвязи и противоречия в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;
- делать выводы с использованием законов логики, дедуктивных и индуктивных умозаключений, умозаключений по аналогии;
- разбирать доказательства математических утверждений (прямые и от противного), проводить самостоятельно несложные доказательства математических фактов, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать собственные рассуждения;
- выбирать способ решения учебной задачи (сравнивать несколько вариантов решения, выбирать наиболее подходящий с учётом самостоятельно выделенных критериев).

Базовые исследовательские действия:

- использовать вопросы как исследовательский инструмент познания, формулировать вопросы, фиксирующие противоречие, проблему, самостоятельно устанавливать искомое и данное, формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение;
- проводить по самостоятельно составленному плану несложный эксперимент, небольшое исследование по установлению особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой;
- самостоятельно формулировать обобщения и выводы по результатам проведённого наблюдения, исследования, оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений;

- прогнозировать возможное развитие процесса, а также выдвигать предположения о его развитии в новых условиях.

Работа с информацией:

- выявлять недостаточность и избыточность информации, данных, необходимых для решения задачи;
- выбирать, анализировать, систематизировать и интерпретировать информацию различных видов и форм представления;
- выбирать форму представления информации и иллюстрировать решаемые задачи схемами, диаграммами, иной графикой и их комбинациями;
- оценивать надёжность информации по критериям, предложенным учителем или сформулированным самостоятельно.

Коммуникативные универсальные учебные действия:

- воспринимать и формулировать суждения в соответствии с условиями и целями общения, ясно, точно, грамотно выражать свою точку зрения в устных и письменных текстах, давать пояснения по ходу решения задачи, комментировать полученный результат;
- в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;
- представлять результаты решения задачи, эксперимента, исследования, проекта, самостоятельно выбирать формат выступления с учётом задач презентации и особенностей аудитории;
- понимать и использовать преимущества командной и индивидуальной работы при решении учебных математических задач;
- принимать цель совместной деятельности, планировать организацию совместной работы, распределять виды работ, договариваться, обсуждать процесс и результат работы, обобщать мнения нескольких людей;
- участвовать в групповых формах работы (обсуждения, обмен мнениями, мозговые штурмы и другие), выполнять свою часть работы и координировать свои действия с другими членами команды, оценивать качество своего вклада в общий продукт по критериям, сформулированным участниками взаимодействия.

Регулятивные универсальные учебные действия

Самоорганизация:

- самостоятельно составлять план, алгоритм решения задачи (или его часть), выбирать способ решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации.

Самоконтроль, эмоциональный интеллект:

- владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
- предвидеть трудности, которые могут возникнуть при решении задачи, вносить коррективы в деятельность на основе новых обстоятельств, найденных ошибок, выявленных трудностей;
- оценивать соответствие результата деятельности поставленной цели и условиям, объяснять причины достижения или недостижения цели, находить ошибку, давать оценку приобретённому опыту.

ПРЕДМЕТНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

К концу обучения в 11 классе обучающийся получит следующие предметные результаты:

знать неравенство Коши и уметь применять его для решения задач;

владеть понятиями неравенство с переменными, решение неравенства, неравенство-следствие, система неравенств, совокупность неравенств, выполнять геометрическую интерпретацию понятий;

применять такие методы установления истинности неравенств, как метод синтеза и метод анализа, метод «от противного» и метод использования тождеств;

уметь доказывать неравенство Коши для трех и четырех переменных, применять неравенство Коши для обоснования неравенств с переменными;

знать метод перебора всех вариантов и уметь применять его при доказательстве неравенств с переменными;

иметь представление о системе аксиом Пеано; наизусть знать аксиому математической индукции;

иметь представление о нескольких вариантах метода математической индукции и уметь их использовать при решении задач;

знать и уметь доказывать неравенство Коши-Буняковского двумя способами (методом вспомогательной функции и с помощью тождества Лагранжа); уметь применять неравенство при решении задач;

иметь ясное представление о методе Штурма доказательства неравенств с переменными;

знать определение симметрической функции и симметрического неравенства; уметь использовать для доказательства неравенства его симметричность;

знать общее определение средней величины произвольного конечного числа действительных чисел; иметь представление о применении в физике средних величин;

знать и уметь использовать среднее арифметическое взвешенное при решении задач;

знать и уметь доказывать теорему о соотношении между четырьмя средними в случае двух переменных;

знать неравенство Чебышева, его доказательство и простейшие обобщения, уметь применять в решении задач;

знать и уметь использовать основные свойства линейной и квадратичной функций для обоснования и получения неравенств с переменными;

знать неравенство треугольника и теорему косинусов и уметь использовать их для обоснования и получения неравенств.

ТЕМАТИЧЕСКОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ п/ п	Наименование разделов и тем программы	Количество часов			Электронные (цифровые) образовательные ресурсы
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Метод математической индукции и его применение к доказательству неравенств. Неравенство Коши для произвольного числа переменных.	7			https://resh.edu.ru http://yaklass.ru
2	Неравенство Коши-Буняковского и его применение для решения задач.	5			https://resh.edu.ru http://yaklass.ru
3	Неравенства подсказывают методы их обоснования.	4			https://resh.edu.ru http://yaklass.ru
4	Средние степенные величины.	6			https://resh.edu.ru http://yaklass.ru
5	Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения.	3			https://resh.edu.ru http://yaklass.ru
6	Генераторы замечательных неравенств.	4			https://resh.edu.ru http://yaklass.ru
7	Применение неравенств.	5	1		https://resh.edu.ru http://yaklass.ru
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	1	0	

ПОУРОЧНОЕ ПЛАНИРОВАНИЕ

№ п/п	Тема урока	Количество часов			Дата изучения
		Всего	Контрольные работы	Практические работы	
1	Индукция вообще и в математике в частности.	1	0	0	
2	Система аксиом Дж. Пеано.	1	0	0	
3	Схема применения принципа математической индукции.	1	0	0	
4	Некоторые модификации метода математической индукции.	1	0	0	
5	Две теоремы о сравнении	1	0	0	

	соответствующих членов двух последовательностей с помощью сравнения разности или отношения двух соседних членов одной последовательности с разностью или отношением двух членов другой последовательности.				
6	Неравенство Коши для произвольного числа переменных.	1	0	0	
7	Некоторые неравенства, эквивалентные неравенству Коши.	1	0	0	
8	Формулировка теоремы, устанавливающей соотношение Коши-Буняковского и дающая критерий реализации этого соотношения в варианте равенства.	1	0	0	
9	Обоснование теоремы, устанавливающей соотношение Коши-Буняковского и дающая критерий реализации этого соотношения в варианте равенства.	1	0	0	
10	Геометрическая интерпретация неравенства Коши-Буняковского.	1	0	0	
11	Векторный вариант записи этого неравенства.	1	0	0	
12	«Неравенство Коши-Буняковского»	1	0	0	
13	Метод Штурма.	1	0	0	
14	Использование симметричности левой и правой частей неравенств.	1	0	0	
15	Использование однородности цикличности левой и правой частей неравенств.	1	0	0	
16	Геометрические неравенства, устанавливающие соотношения между длинами сторон треугольника	1	0	0	
17	Средние величины в школьном курсе математики, физики.	1	0	0	
18	Многообразие «средних»	1	0	0	
19	Среднее арифметическое, среднее геометрическое и соотношение между ними в случае двух параметров	1	0	0	
20	Геометрическая интерпретация.	1	0	0	
21	Четыре средние линии трапеции.	1	0	0	
22	Средние степенные величины	1	0	0	
23	Неравенство Чебышева: простейший вариант и его обобщение, порожденное понятием	1	0	0	

	одно монотонной последовательности.				
24	Неравенства, обобщающие как неравенство Чебышева, так и неравенство Коши-Буняковского.	1	0	0	
25	Неравенство Чебышева и некоторые его обобщения	1	1	0	
26	Свойства квадратичной функции – источник простейших неравенств.	1	0	0	
27	Неравенство треугольника.	1	0	0	
28	Свойства одно монотонных последовательностей – источник замечательных неравенств.	1	0	0	
29	Неравенство Иенсона.	1	0	0	
30	Задача Дидоны (упрощенный вариант) и другие задачи на оптимизацию.	1	0	0	
31	Поиск наибольшего и наименьшего значений функции с помощью замечательных неравенств.	1	0	0	
32	Поиск наибольшего и наименьшего значений функции с помощью замечательных неравенств.	1	0	0	
33	Поиск наибольшего и наименьшего значений функции с помощью замечательных неравенств.	1	0	0	
34	Итоговая контрольная работа (промежуточная аттестация)	1	1	0	
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ		34	01	0	

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА

МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ДЛЯ УЧИТЕЛЯ

<http://www.mccme.ru>

<http://window.edu.ru>

<http://window.edu.ru/window/method/>

<http://www.edu.ru>

ЦИФРОВЫЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫЕ РЕСУРСЫ И РЕСУРСЫ СЕТИ ИНТЕРНЕТ

<http://www.school.edu.ru>

<http://www.school-collection.edu.ru>

<http://fcior.edu.ru>

<https://resh.edu.ru>

<http://yaklass.ru>

